Acoperiri convexe 3D

Student: Dobrin Mihai

Anul III - Informatica

- **Ce inseamna acoperire convexa a unei multimi de puncte?**
- **Algoritmi care determina acoperiri convexe 2D**
- **Algoritmul de incrementare 2D**
- **Poliedre**
- **Algoritmul de incrementare 3D**

- ***Ce inseamna acoperire convexa a unei multimi de puncte?***
- **Algoritmi care determina acoperiri convexe 2D**
- **Algoritmul de incrementare 2D**
- **Poliedre**
- **Algoritmul de incrementare 3D**

Ce inseamna acoperire convexa a unei multimi de puncte?

- **O mulțime este convexă dacă $x \in S$ si $y \in S$ implica ca segmentul $xy \subseteq S$.**
- **Învelişul convex al unei mulțimi finite de puncte S în plan este cel mai mic poligon convex P cu închiderea S, cel mai mic în sensul că nu există un alt poligon P' astfel încât $P \supset P' \supseteq S$.**
- **Acoperirea convexa a multimii S este poligonul convex ale carui varfuri sunt puncte din S, in interiorul lui aflandu-se toate punctele din S.**

- **Ce inseamna acoperire convexa a unei multimi de puncte?**
- ***Algoritmi care determina acoperiri convexe 2D***
- **Algoritmul de incrementare 2D**
- **Poliedre**
- **Algoritmul de incrementare 3D**

Algoritmi care determina acoperiri convexe 2D

- **Algoritmul Quick Hull - acoperire convexa rapida**
- ***Algoritmul Graham***
- **Algoritmul de incrementare**

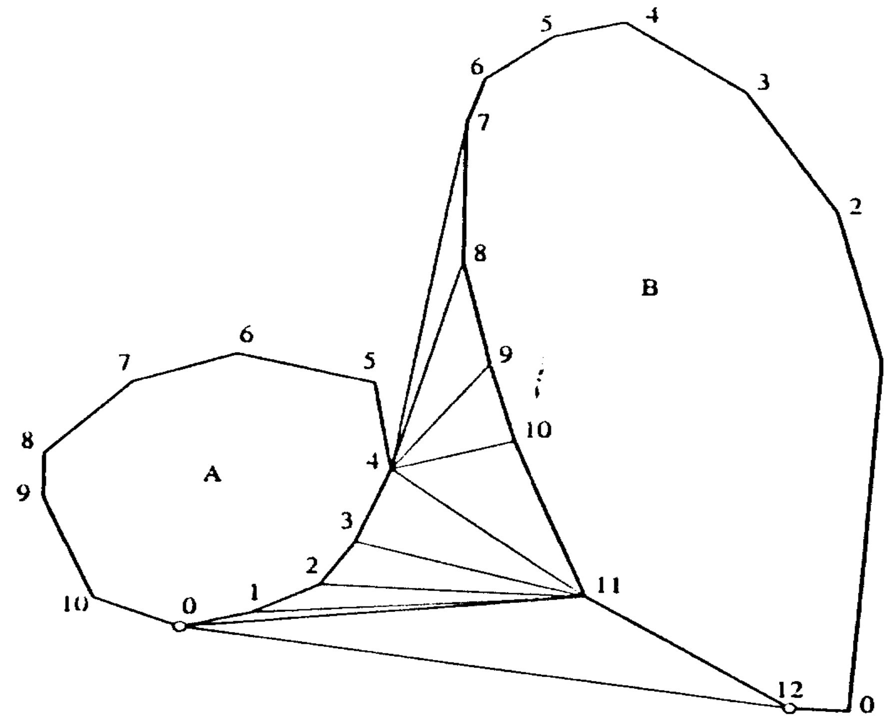
Algoritmul Quick Hull
acoperire convexa rapida

- **Denumit de Shamos&Preparata (1985), similar cu Quick Sort - sortare rapida**
- **Se aleg doua puncte x,y unde x are abcisa maxima si y are abcisa minima. Timp O(n)**
- **Multimea S se descompune in doua A (in dreapta lui xy) respectiv B (in stanga lui xy)**
- **Pentru fiecare din cele doua submultimi se determina acoperire convexa**
- **Problema este "conectarea" celor 2 acoperiri.**

Algoritmul Quick Hull
acoperire convexa rapida

- **Ideea lui Preparata & Hong este de a porni conectarea lui *T* la cel mai la dreapta punct al lui *A* către cel mai la stânga punct al lui *B* şi apoi deplasarea acestuia în jos, mai întâi avansând pe un înveliş , apoi pe altul, alternând până când tangenta inferioară este găsită.**

tangenta inferioară
T = ab



Algoritmi care determina acoperiri convexe 2D

- **Algoritmul Quick Hull - acoperire convexa rapida**
- ***Algoritmul Graham***
- **Algoritmul de incrementare**

Algoritmul Graham

- **Este foarte rapid necesita un timp O(*n*log *n*)**
- **Presupunem ca se cunoaste un punct x din interiorul acoperirii convexe si oricare 3 puncte din S nu sunt coliniare**
- **Punctele lui S se ordoneaza in sens trigonometric in jurul lui x, in functie de unghiuri**
- **Punctele lui S se proceseaza apoi in ordinea rezultata, iar acoperirea creste pe masura ce se proceseaza punctele.**
- **La fiecare pas, acoperirea este corecta pentru examinarea punctelor anterioare**

- **Ce inseamna acoperire convexa a unei multimi de puncte?**
- **Algoritmi care determina acoperiri convexe 2D**
- ***Algoritmul de incrementare 2D***
- **Poliedre**
- **Algoritmul de incrementare 3D**

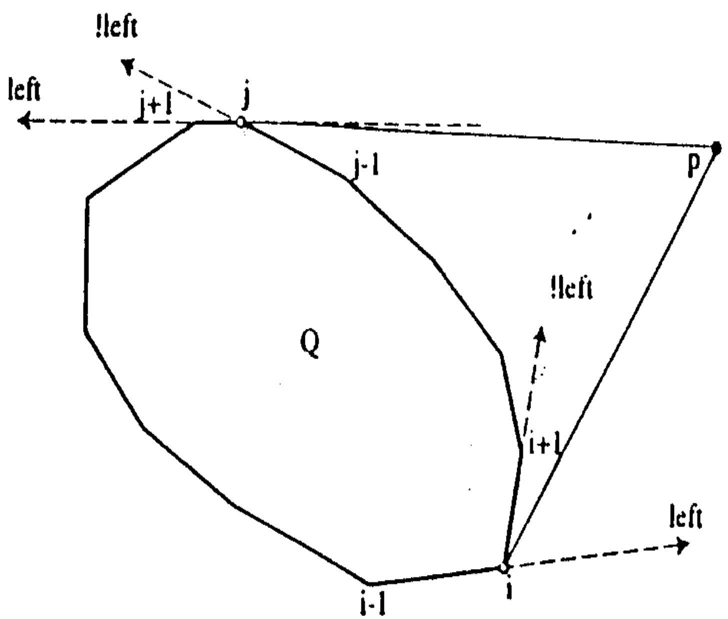
Algoritmul de incrementare 2D

- **Timpul necesar este de $O(n^2)$.**
- **Se poate generaliza foarte usor pentru trecerea la o dimensiune superioara a spatiului.**
- **Ideea algoritmului: se porneste de la trei puncte necoliniare din multime, adaugandu-se apoi la fiecare pas cate un punct la acoperirea convexa determinata de punctele prelucrate anterior. Trebuie rezolvat de fapt un singur caz: adaugarea unui singur punct la o acoperire deja existenta.**

Algoritmul de incrementare 2D

Avem: $Q = H_{k-1}$ **şi** $p = p_k$

Cautam: $conv\{Q \cup p\}$



1. p∈Q

Evident, odată ce p este determinat ca fiind în Q, trebuie sa fie înlăturat.

2. p∉Q

Această sarcină este relativ uşoară; trebuie doar să găsim cele doua linii de tangență de la p către Q şi să modificăm învelişul corespunzător.

- **Ce inseamna acoperire convexa a unei multimi de puncte?**
- **Algoritmi care determina acoperiri convexe 2D**
- **Algoritmul de incrementare 2D**
- ***Poliedre***
- **Algoritmul de incremenatre 3D**

Poliedre

Definitie:

- ***Poliedrul este generalizarea naturală a poligonului din spațiul bidimensional în spațiul tridimensional: este o regiune din spațiu a cărei mărginire este compusă dintr-un număr finit de suprafețe poligonale, oricare doua suprafețe poligonale sunt disjuncte sau au în comun muchii şi vârfuri.***

Poliedre

Alcatuirea suprafetei poliedrului:

- **vârfuri zero-dimensionale (puncte),**
- **muchii unidimensionale(segmente),**
- **suprafețe bidimensionale (poligoane).**

Poliedre

- **Poliedre convexe = Politopuri**
- **Poliedrele sunt regulate (politopuri regulate) daca au toate fetele poligoane regulate congruente şi numărul de suprafețe incidente pentru fiecare vârf să fie acelaşi pentru toate vârfurile**
- **O implicație surprinzătoare a condiției de regularitate este faptul că există doar cinci tipuri distincte de politopuri regulate**

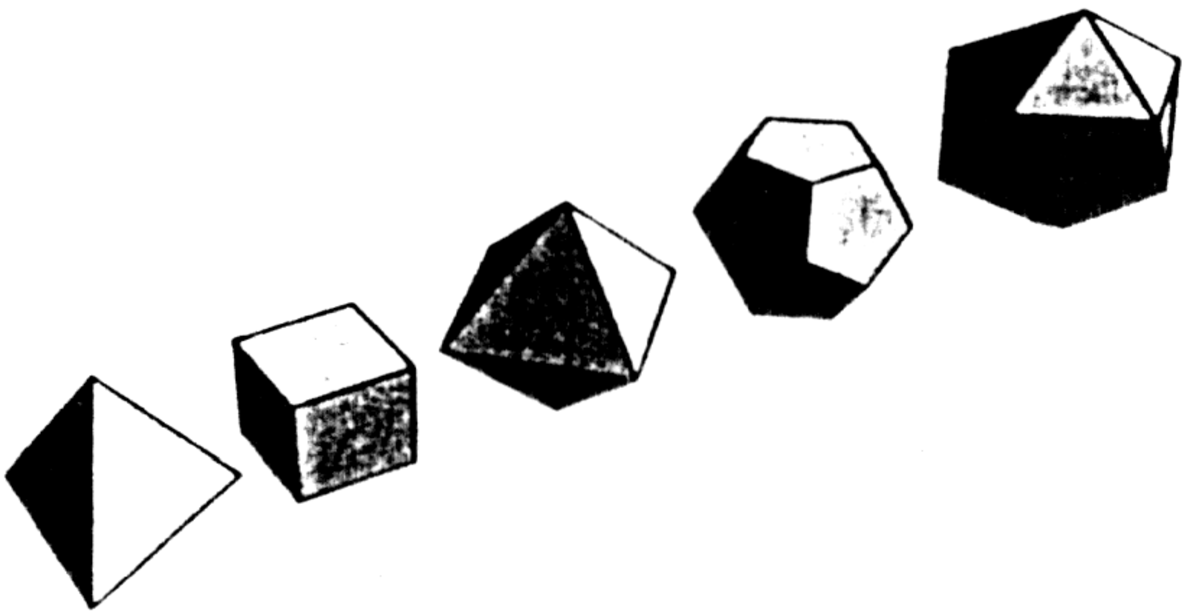
Poliedre

V=nr. Varfuri **E=nr. Munchii** **F=nr. fete**

Nume	V	E	F
Tetraedru	4	6	4
Cub	8	12	6
Octaedru	6	12	8
Dodecaedru	20	30	12
Icosaedru	12	30	20

Poliedre

- (de la stânga la dreapta), tetraedru, cubul, octaedrul, dodecaedrul, icosaedrul



- **Ce inseamna acoperire convexa a unei multimi de puncte?**
- **Algoritmi care determina acoperiri convexe 2D**
- **Algoritmul de incrementare 2D**
- **Poliedre**
- ***Algoritmul de incrementare 3D***

Algoritmul de incrementare 3D

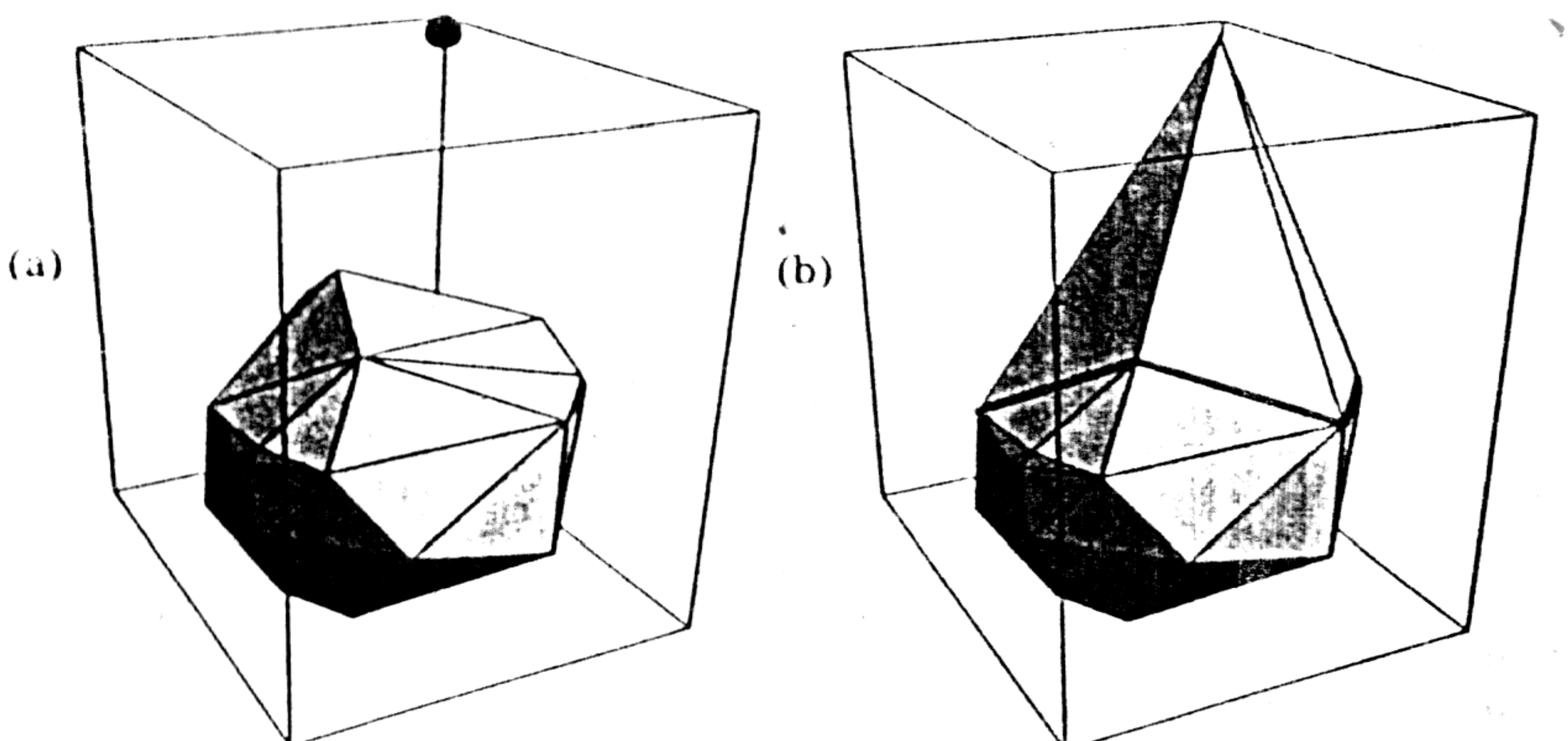
- **Structura generală a algoritmului de incrementare pentru spațiul tridimensional este identică cu ce a algoritmului pentru spațiul bidimensional.**
- **Fie $Q = H_{k-1}$ şi $p = p_k$. Trebuie să decidem dacă . Dacă da atunci renunțăm la p; dacă nu, calculăm tangenta conului la Q al cărui vârf este p, şi construim noua acoperire.**

Algoritmul de incrementare 3D

- **Testul $p \in Q$ poate fi făcut în acelaşi mod ca în două dimensiuni.**
- **Când $p \notin Q$, problema devine mai dificilă, pe timp ce acoperirea va fi modificată. Să ne amintim că în algoritmul de incrementare pentru două dimensiuni, modificarea cere găsirea a două tangente din *p* la *Q*. În trei dimensiuni sunt folosite plane tangente în locul liniilor tangente.**

Algoritmul de incrementare 3D

(a) inainte de adaugare **(b) dupa adaugare**



Algoritmul de incrementare 3D

Algoritm: ALGORITMUL DE INCREMENTARE PENTRU SPAȚIUL 3D

se inițializează tetraedrul H_3 cu (p_0, p_1, p_2, p_3)

pentru fiecare *i* de la *4* la *n-1* execută

pentru fiecare față *f* a lui H_{i-1} execută

calculează volumul tetraedrului determinat de *f* şi p_i

marchiază pe *f* ca *vizibilă* dacă *volumul*<0

dacă nici o față nu este *vizibilă*

atunci elimină p_i (este în interiorul lui H_{i-1})

altfel

pentru fiecare muchie de margine *e* a lui H_{i-1}

construieşte fața de con determinată de *e* şi p_i

pentru fiecare față *f* vizibilă

şterge pe *f*

refă pe H_i

Q & A